4°/ a) $I = Q * Q' \Rightarrow z_I = \frac{z'+z}{2} = m + \frac{5}{2}i$ avec m est l'affixe de M.

Soit $\vec{u}$ d'affixe $\frac{5}{2}i$. On a : $\vec{IM} = \vec{u}$ d'où t est une translation de vecteur $\vec{u}$.

b) Pour montrer que $(\Omega I) \perp (QQ')$ il suffit de montrer que :

$\frac{z_{Q'} - z_Q}{z_I - z_\Omega}$ est un nombre imaginaire pur.

$$\frac{z_{Q'} - z_Q}{z_I - z_\Omega} = \frac{(1-i)m - 2 + 2i - (1+i)m - 2 - 3i}{m + \frac{5}{2}i + \frac{1}{2} - \frac{9}{2}i} = \frac{-2im - 4 - i}{m + \frac{1}{2} - 2i}$$

$$= \frac{-2i(m - 2i + \frac{1}{2})}{m - 2i + \frac{1}{2}} = -2i \quad \text{d'où } (\Omega I) \perp (QQ').$$

5°/ a) Soit $M \in (P)$ On a : $I = t_{\vec{u}}(M)$ d'où la construction de I

On a : $(\Omega I) \perp (QQ')$ et $I \in (QQ')$ donc : $(\Omega I) \perp (IQ)$

D'où Q appartient à la droite Δ passant par I et perpendiculaire à (ΩI)

Or $f(Q)=Q' \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega Q = \Omega Q' \\ (\vec{\Omega Q}, \vec{\Omega Q'}) \equiv -\frac{\pi}{2} \ (2\pi) \end{cases}$ donc

$\Omega QQ'$ est un triangle isocèle rectangle en Ω et de sens indirecte et comme $I = Q*Q'$ donc $IQ=IQ'=I\Omega$ d'où la construction de Q et Q'.

b) On a : $f(Q) = Q' \Leftrightarrow \Omega Q=\Omega Q'$ et $(\vec{\Omega Q}, \vec{\Omega Q'}) \equiv -\frac{\pi}{2} \ (2\pi)$

d'où la construction de Q'. Et comme $I = Q * Q'$ d'où l'emplacement de I.

On a : $t(M) = I \Leftrightarrow \vec{MI} = \vec{u} \Leftrightarrow \vec{IM} = -\vec{u} \Leftrightarrow t_{-\vec{u}}(I) = M$

D'où la construction de M.